

11. évfolyam gimnázium, I. forduló

- Egy szabályos dobókockával 4-szer dobunk egymás után.
 - Hányféle dobássorozat jöhet létre?
 - Hányféle dobássorozat van, melyben a második dobásra, és csak arra, dobunk 3-ast?
 - Mennyi a valószínűsége annak, hogy az első dobás eredménye különbözik a többi dobás eredményétől?
- Tekintsük az $(p + 10)x^2 + (2p - 4)x + 6 = 0$ másodfokú egyenletet, ahol p valós paraméter; x_1, x_2 az egyenlet valós gyökeit jelölik.
 - A p paraméter mely értékére lesz $x_1 + x_2 = 0$?
 - A p paraméter mely értékére lesz $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$?
- Egy dobozban összesen 79 darab fehér és piros golyó van, melyek között vannak nagyok és kicsik is. A következőket tudjuk:
 - A piros golyók száma osztható 11-gyel.
 - Legkevesebb a kis fehér golyóból van.
 - A nagy piros golyók száma egyenlő a fehér golyók számával.
 - Mindegyik fajta golyó száma prímszám.Melyik fajta golyóból hány darab van?
- Az egyenlő szárú ABC háromszögben $AB = AC$. Az alap és a szár hosszának az aránya 2:5.
 - Igazoljuk, hogy a háromszög súlypontja illeszkedik a háromszög beírt körére.
 - Hányszorosa a háromszög köré írt kör sugara a beírt kör sugarának?
- Egységnyi oldalú szabályos háromszög belsejében van 33 különböző pont. Bizonyítsuk be, hogy van köztük 3 olyan, amelyek által meghatározott háromszög területe nem nagyobb, mint $\frac{\sqrt{3}}{64}$!
- Az $N = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9$ szám tízes számrendszerbeli alakjában hányszor fordul elő az 1-es számjegy, ahol az N utolsó tagja 2023 darab 9-es számjegyet tartalmaz?